Exercice 4.1 : Fonctions, lectures graphiques, pourcentages

La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et h définies par :

$$g(x) = 5x^2 + x - 7 \quad \text{et} \quad h(x) = 2x - 7.$$

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

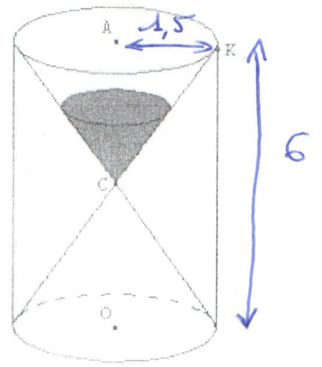
	B2	=5*B1*B1+B1−7				
	A	B	C	D	E	F
antécédents 1	x	−2	−1	0	1	2
images par g 2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	−3	−7	h(1)= −1	15
images par h 3	$h(x) = 2x - 7$	−11	−9	−7	−5	−3

1. Donner un nombre qui a pour image −1 par la fonction g. 1
2. Écrire les calculs montrant que : $g(-2) = 11$. $g(-2) = 5\times(-2)^2 + (-2) - 7 = 5\times4 - 2 - 7 = 20 - 2 - 7 = 11$
3. Quelle formule Camille a-t-elle saisie dans la cellule B3 ? = 2× B1 −7
4. **a.** Déduire du tableau une solution de l'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$.
   pour $x = 0$, on a $g(x) = h(x)$ donc 0 est solution de cette équation

   b. Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ? oui : on résoud $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$
   $5x^2 - x = 0$ on factorise $x(5x-1) = 0$
   un produit de facteurs ...
   donc $x = 0$ ou $x = \frac{1}{5}$ ← autre solution

Exercice 4.2 : Volumes, fraction, grandeurs et mesures

On considère un sablier composé de deux cônes identiques de même sommet C et dont le rayon de la base est AK = 1,5 cm.
Pour le protéger, il est enfermé dans un cylindre de hauteur 6 cm et de même base que les deux cônes.



1) On note V le volume du cylindre et V_1 le volume du sablier.
Tous les volumes seront exprimés en cm³.

a) Montrer que la valeur exacte du volume V du cylindre est 13,5 π.
$V = \pi R^2 \times h = \pi \times 1{,}5^2 \times 6 = 13{,}5\pi$

b) Montrer que la valeur exacte de V_1 est 4,5 π.
$V_1 = 2 \times \frac{\pi R^2 \times h}{3} = 2 \times \frac{\pi \times 1{,}5^2 \times 3}{3} = 4{,}5\pi$

c) Quelle fraction du volume du cylindre, le volume du sablier occupe-t-il ?

(On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible)

$\frac{V_1}{V} = \frac{4{,}5\cancel{\pi}}{13{,}5\cancel{\pi}} = \frac{4{,}5}{13{,}5} = \frac{45}{135} = \frac{\cancel{45}}{\cancel{45}\times 3} = \frac{1}{3}$

Rappel : La formule du volume du cône est $\frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

2) On a mis 27 cm³ de sable dans le sablier.
Sachant que le sable va s'écouler d'un cône à l'autre avec un débit de 540 cm³/h, quel temps sera mesuré par ce sablier ?

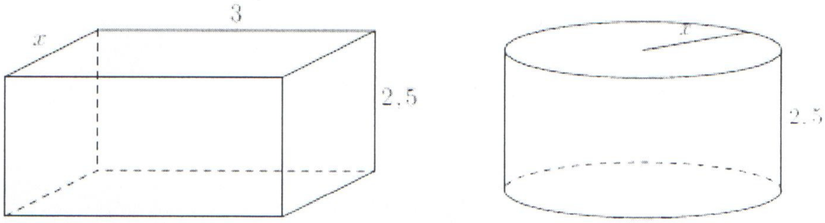
volume (cm³)	540	27
temps (h)	1	

$\frac{27}{540} = \frac{1}{20} = 0{,}05$

$0{,}05h = 0{,}05 \times 60 = 3\,\text{min}$

Exercice 4.3 : Volumes, fonctions

De façon à récupérer l'eau de pluie de son toit, Lucas décide d'installer un récupérateur d'eau dans le sol de son jardin.
La profondeur dont il dispose est de $2,5\ m$.
Un fabricant lui propose alors les deux modèles de réservoirs schématisés ci-dessous.
Les dimensions sont en mètres.
Le premier modèle a la forme d'un pavé droit, le deuxième est de forme cylindrique : dans chaque cas, x peut varier entre $0,5\ m$ et $1,5\ m$.



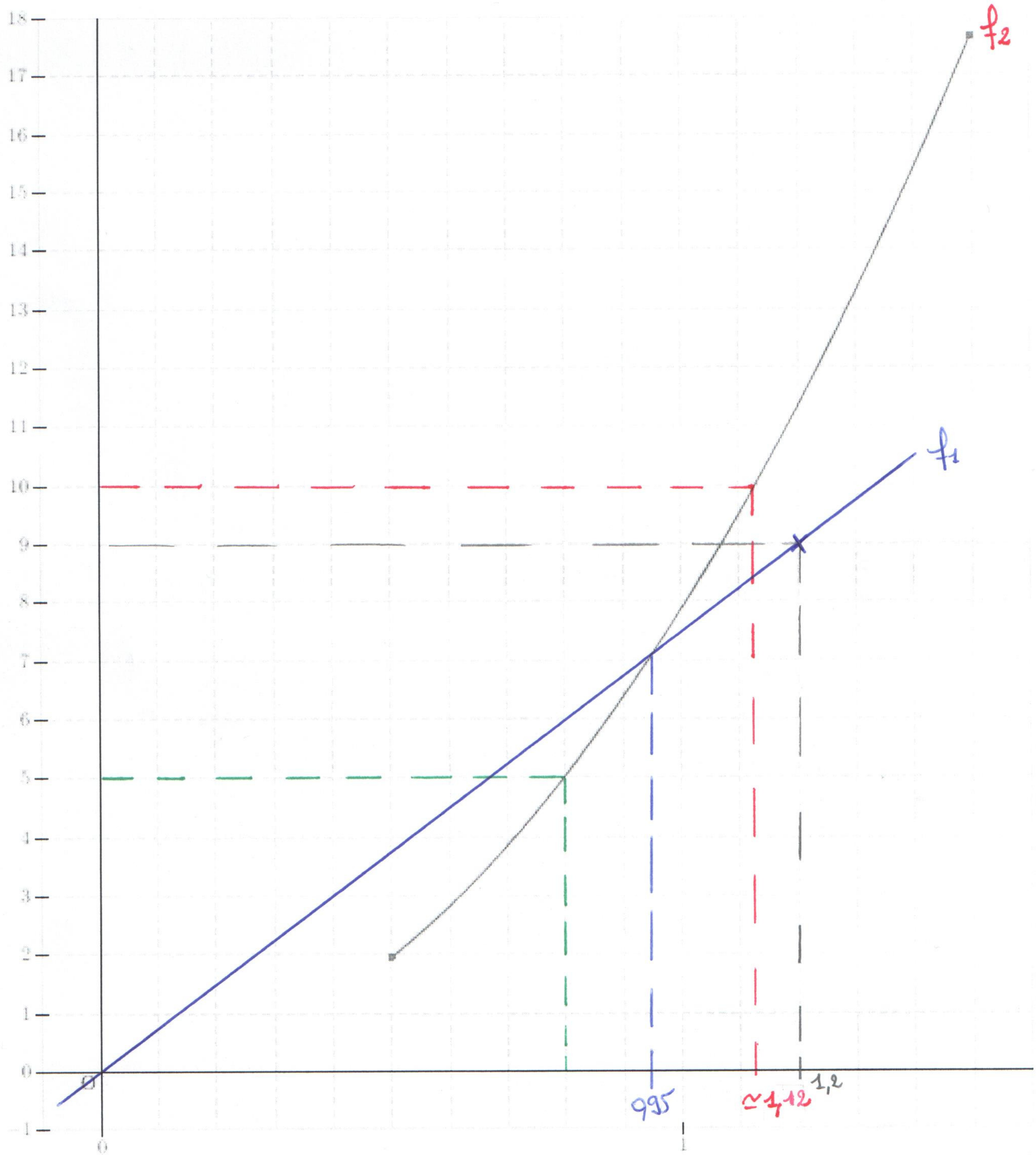
Réservoir R_1 Réservoir R_2

1) Compléter le tableau fourni en annexe. Les détails des calculs des valeurs exactes devront figurer sur votre copie.
2) a) Montrer que l'expression, en fonction de x, du volume du réservoir R_1 est : $7,5x$. $3 \times 2,5 \times x = 7,5x$
   b) Montrer que l'expression, en fonction de x, du volume du réservoir R_2 est : $2,5\pi x^2$. $\pi \times x^2 \times 2,5 = 2,5\pi x^2$
3) On considère la fonction $f_1 : x \longmapsto 7,5x$. Préciser la nature de cette fonction. linéaire
4) Pour les valeurs de x comprises entre 0,5 et 1,5, la fonction $f_2 : x \longmapsto 2,5\pi x^2$ est déjà représentée sur le graphique fourni en annexe.
   Sur ce même graphique, représenter la fonction f_1. f_1 est linéaire, donc sa représentation graphique est une droite passant par l'origine (d)
   $f(1,2) = 9$ donc (d) passe par M (1,2 ; 9)
5) Répondre aux questions suivantes à l'aide du graphique.
   On répondra par des valeurs approchées et on fera apparaître les traits de construction permettant la lecture sur le graphique.

a) Quelle est la valeur du réservoir R_2 pour $x = 0,8\ m$? $5\ m^3$
b) Quel est le rayon du réservoir R_2 pour qu'il ait une contenance de $10\ m^3$? $\simeq 1,12$ m
c) Quel est l'antécédent de 9 par la fonction f_1 ? 1,2 Interpréter concrètement ce nombre. pour que le réservoir R_1 ait un volume de 9 m3, x doit valoir 1,2m
d) Pour quelle valeur de x les volumes des deux réservoirs sont-ils égaux? 0,95
e) Pour quelles valeurs de x le volume de R_1 est-il supérieur à celui de R_2 ? x compris entre 0 et 0,95
   or $0,5 \leq x \leq 1,5$ donc x compris entre 0,5 et 0,95

Problème-Question 1

Longueur x (en m)		0,5	1,2
Volume du réservoir R_1 (en m^3)		$3 \times 2,5 \times 0,5 = 3,75$	$3 \times 2,5 \times 1,2 = 9$
Volume du réservoir R_2 (en m^3)	Valeur exacte	$\pi \times 0,5^2 \times 2,5 = 0,625\pi$	$\pi \times 1,2^2 \times 2,5 = 3,6\pi$
	Valeur arrondie à $0,1\ m^3$	2	11,3



18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
-1
0
1
f_2
f_1
0,95
≃1,12
1,2