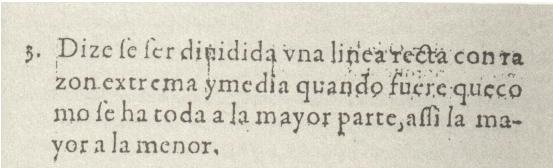


Devoir de recherche sur le nombre d'or **Partie 1** à rendre le .....

### Définition du nombre d'or (10 points)

La plus ancienne définition, et construction géométrique, de la **section d'or** remonte au IIIème siècle avant JC et est due au mathématicien grec Euclide, dans son ouvrage « *Les Eléments* » :

#### Document 1



En 1576, la traduction du cosmographe de Philippe II la présente de la manière suivante : « *se dit divisée une ligne droite en extrême et moyenne raison quand le tout est à la partie, ce que la grande est à la petite.* »

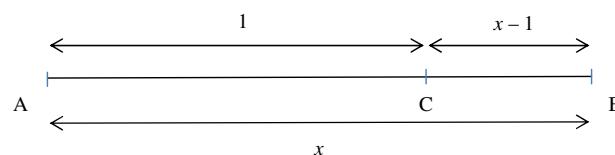
Traduit en langage moderne, cela donne :

« *Un segment est dit divisé en moyenne et extrême raison quand la longueur totale du segment est à la grande partie, ce que cette dernière est à la petite partie.* »

Cette extrême et moyenne raison est en réalité le nombre qu'on appellera plus tard « **nombre d'or** » ou « **divine proportion** ».

Soit un segment [AB] que l'on coupe en deux parties [AC] et [CB] (voir le schéma ci-dessous). La partition ainsi opérée sera en extrême et moyenne raison, autrement dit, conforme à la divine proportion, quand le quotient de la longueur totale «  $x$  » du segment sur la grande partie « 1 » est égal au quotient de la grande partie « 1 » sur celle de la petite partie «  $x - 1$  ». Autrement dit, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

$x$	1
1	$x - 1$



On a donc  $\frac{x}{1} = \frac{1}{x - 1}$

1. Montrer que si  $x$  est solution de  $\frac{x}{1} = \frac{1}{x - 1}$ , alors  $x$  est solution de l'équation suivante :  $x^2 - x - 1 = 0$ .

2. Montrer que  $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  ( $\Phi$  se lit « phi ») est solution de l'équation  $x^2 - x - 1 = 0$ .

Dans la suite, on admettra que  $\Phi$  est le nombre d'or.

3.

a. En déduire que  $\Phi^2 = \Phi + 1$ .

b. Déduire de la question précédente que  $\frac{1}{\Phi} = \Phi - 1$ .

#### Document 2

##### LES DÉCIMALES DE $\Phi$

Pour ceux qui aiment la précision, voici les mille premières décimales du nombre d'or :

1,6180339887498482045868343653811772030917980576286213544862270526  
046281890244970720720418939113748475408807538689175212663386222353693  
179318006076672635443338908659593958290563832266131992829026788067520  
87668925017116962070322104321626954862629631361443814975870122034080  
58879544547492461856953648644924104432077134494704956584678850987433  
94422125448770664780915884607499871240076521705751797883416625624940  
75890697040002812104276217711177780531531714101170466659914669/987317  
61356006708748071013179523689427521948435056783002287856997829778347  
845878228911097625003026961561700250464338243776486102838312683303724  
292675263116533924731671112115881863851331620384005222165791286675294  
654906811317159934323597349498509040947621322298101726107059611645629  
909816290555208524790352406020172799747175342777592778625619432082750  
5131218156285512224809394712341517022373580577278616008683829523045  
9264787801788992199038953219681986151437803149974110692608867  
4296226757560523172777520353613936...

c. A l'aide du document 2 ci-dessus, déduire de la question précédente une valeur approchée de  $\frac{1}{\Phi}$  à  $10^{-6}$  près.

4. Déduire de la question 3a. que  $\Phi^3 = 2\Phi + 1$ .

5. Déduire de la question précédente que  $\Phi^4 = 3\Phi + 2$ .