

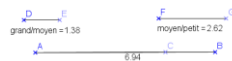
## La Joconde et le Nombre d'Or

Le nombre d'or est un nombre irrationnel aux propriétés géométriques et algébriques qui ont depuis longtemps intéressé les mathématiciens et les artistes. Certains les ont étudiées, d'autres ont été fascinés, d'autres encore s'en sont moqué.

Le premier écrit concernant ce nombre nous vient d'**Euclide**, mathématicien Grec du III<sup>ème</sup> siècle avant J.C. qui, dans son traité « *Elements de Mathématiques* » parle de division d'un segment en « **extrême et moyenne raison** ».



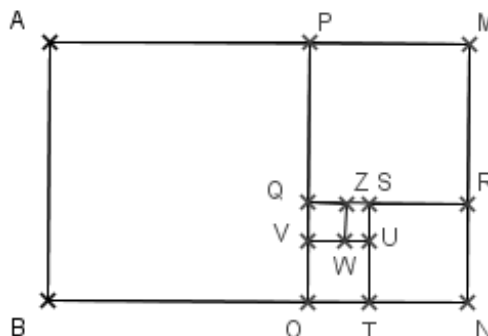
Prenez un segment, placez un point dessus. Vous obtenez, en plus du grand segment initial, deux autres segments : un moyen et un petit. Calculez les rapports des longueurs des segments extrêmes avec le moyen :  $\frac{\text{grand}}{\text{moyen}}$  et  $\frac{\text{moyen}}{\text{petit}}$ .



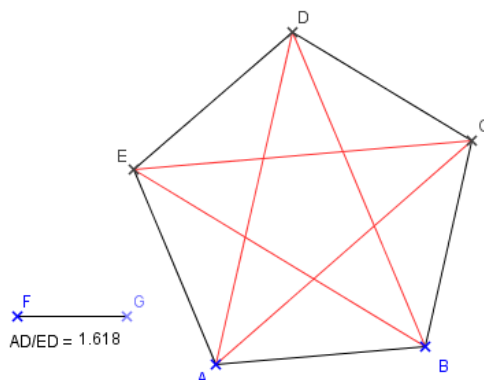
Ces deux rapports sont généralement différents. Mais il existe un unique point sur ce segment qui fait qu'ils sont égaux. Et alors ce rapport, quelle que soit la longueur de votre segment au départ, est toujours le même : un nombre irrationnel environ égal à 1,618.



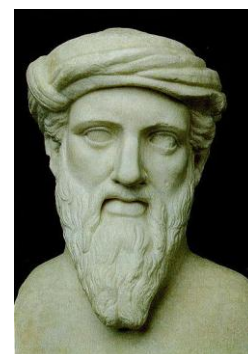
Si, à partir d'un segment et de ce découpage aux proportions particulières, on trace un carré (avec la longueur moyenne) et un rectangle (avec la grande longueur) alors on obtient également un petit rectangle (avec la petite longueur) qui a exactement les mêmes proportions que le grand : c'est une parfaite réduction. Et on peut recommencer ainsi à l'infini, ce qui n'est pas le cas avec un rectangle n'ayant pas ces proportions.



On retrouve cette même proportion dans le pentagone régulier. Un pentagone est déjà un polygone particulier puisqu'il est le seul à avoir autant de diagonales que de côtés : un triangle a 3 côtés et 0 diagonales, un quadrilatère a 4 côtés et 2 diagonales, un hexagone a 6 côtés et 9 diagonales ... Un pentagone a 5 côtés et 5 diagonales. Si on trace un pentagone régulier (tous ses côtés égaux, tous ses angles égaux, inscriptible dans un cercle), ses diagonales forment un autre pentagone régulier, mais croisé, appelé pentagramme. Quelle que soit la longueur d'un côté au départ, le rapport de la longueur d'un côté du pentagramme par la longueur d'une de ses diagonales est égal à ce nombre irrationnel, soit environ 1,618.

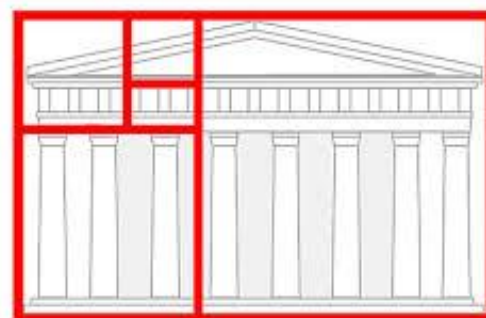


Le Pentagramme entouré de son cercle circonscrit est appelé pentacle. Et le pentacle, qui est souvent symbole de la Terre dans différentes pratiques occultes, était aussi le symbole des Pythagoriciens : secte fondée par Pythagore, mathématicien, philosophe et homme politique au VI<sup>ème</sup> siècle avant J.C. Cette secte très influente dans la cité de Samos (Grèce), avait pour valeurs la discipline, la hiérarchie, le secret, l'austérité, la recherche de la connaissance au moyen de l'étude mathématique ; elle n'avait rien d'occulte et avait pourtant le pentacle pour symbole. La légende dit donc que Pythagore avait déjà découvert ce fameux nombre et ses propriétés, mais qu'il lui posait un problème majeur : Pythagore pensait que tous les nombres étaient des rationnels (pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction d'un entier par un entier). N'ayant pas trouvé sa valeur exacte, il se serait donc refusé à le mentionner dans ses traités et aurait même fait noyer un de ses disciples qui aurait prouvé l'existence des irrationnels.



Pourtant, l'existence des irrationnels a bien été démontrée dans le courant du V<sup>ème</sup> siècle av. J.C.

L'architecte grec Ictinos aurait déjà utilisé ce rectangle aux proportions particulières au V<sup>ème</sup> siècle avant J.C. pour concevoir, à la demande de Périclès, le monument qui reste comme un des plus célèbres monuments grecs classiques : le temple d'Athéna, le Parthénon à Athènes. Et le sculpteur grec Phidias, se serait lui aussi inspiré de cette proportion pour l'élément essentiel de ce temple :



la statue d'Athéna. C'est en son honneur que ce nombre donnant de si belles proportions fut désigné, plus tard, par la lettre  $\Phi$  (phi).

L'avancée des mathématiques a ensuite permis de trouver que la valeur de  $\Phi$  était la

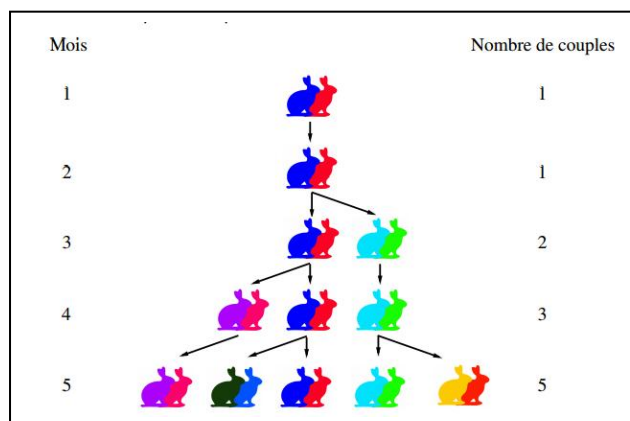
seule solution positive de l'équation :  $x^2 - x - 1 = 0$  et finalement que  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

D'autres études ont porté sur les propriétés algébriques de ce nombre, qualifié au fil du temps de « divine proportion », de « section dorée » et finalement de « nombre d'or » au XIX<sup>ème</sup> siècle.



Au XIII<sup>ème</sup> siècle, notamment, en Italie, Leonardo Pisano, dit **Fibonacci**, considéré comme un des plus grands mathématiciens du Moyen-âge (c'est lui qui a introduit la numération décimale et l'écriture arabe des chiffres en Occident), écrit en 1202 le livre « Liber Abaci » (*livre du calcul*) dans lequel il émet l'idée que l'arithmétique et la géométrie sont liées. Le problème de son livre qui a le plus inspiré les mathématiciens est le problème des lapins :

« Combien de couples de lapins obtiendrons-nous à la fin de chaque mois si commençant avec un couple, chaque couple produit chaque mois un nouveau couple, lequel devient productif au second mois de son existence ? »



La réponse à ce problème donne la suite :

1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144....

(chaque terme est la somme des deux termes qui le précèdent).

Cette suite, devenue très célèbre, porte le nom de **suite de Fibonacci**.

Or si on divise un terme de cette suite par son précédent : on obtient une approximation de plus en plus précise du nombre d'or :

entre 1 et 2 ; entre 1,5 et 2 ; entre 1,5 et 1,667 ; entre 1,6 et 1,667 ; entre 1,6 et 1,625 ...

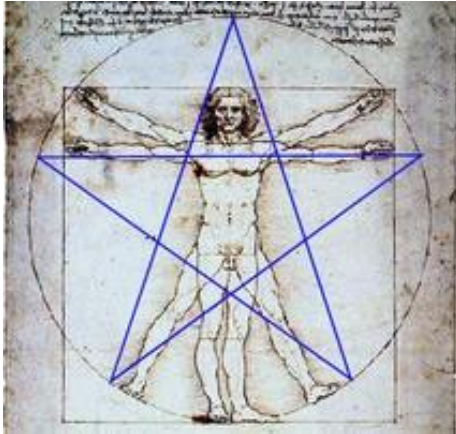
1498 : Fra Luca **Pacioli**, un moine franciscain italien, professeur de mathématiques, écrit « La divine proportion ». Ce nouveau traité envisage le nombre d'or sous un autre aspect, non plus géométrique ou algébrique : il réunit toutes les études évoquant de près ou de loin l'harmonie naturelle liée à ce nombre, son caractère divin. « Les propriétés de ce nombre concordent avec les attributs qui appartiennent à Dieu ».



- l'unicité
- « de même que Dieu ne peut jamais changer et est tout en tout et tout entier dans chaque partie, de même notre présente proportion est toujours la même et toujours invariable » ;
- « de même qu'en Dieu une seule substance réside en trois personnes, le Père, le Fils et l'Esprit Saint, de la même façon, il convient qu'un même rapport ou proportion se trouve toujours entre trois termes » ;
- « de même que Dieu ne peut se définir en termes propres et que les paroles ne peuvent nous le faire comprendre, ainsi notre proportion ne se peut jamais déterminer par un nombre que l'on puisse connaître, ni exprimer par quelque quantité rationnelle » ;
- Il faisait également référence à la « Quinte Essence : la Terre, l'Eau, l'Air, le Feu et l'Esprit Saint », représentée par un pentagramme « lequel ne se peut former sans notre proportion »

Il cite notamment **Vitruve**, architecte de la Rome antique (1<sup>er</sup> siècle avant J.C.), qui décrivait de façon détaillée les proportions du corps humain à partir de fractions.

Pour illustrer son ouvrage, Luca Pacioli a recours à un de ses élèves et ami, artiste et mathématicien renommé : **Léonard de Vinci**.



Ensemble, ils complètent les propos de Vitruve, et tentent de les relier au Nombre d'Or ; le célèbre « Homme de Vitruve » voit le jour.



autoportrait de Léonard de Vinci (1512)

C'est dans le courant du XIX<sup>ème</sup> siècle, avec les travaux du philosophe allemand **Adolf Zeising** que l'engouement pour le Nombre d'or est à son apogée.

*« [Le nombre d'or est] une loi universelle [...] dans laquelle est contenu le principe fondamental de tout effort de formation de beauté et de complétude, dans le royaume de la nature comme dans le domaine de l'art, et qui imprègne depuis les origines, comme un idéal spirituel suprême, toutes les formes et les proportions, cosmiques ou individuelles, organiques ou inorganiques, acoustiques ou optiques, mais qui a trouvé sa plus parfaite réalisation dans la forme humaine. »*



Les proportions du corps humain seraient régies par le nombre d'or puisqu'on retrouverait le rapport 1,618 en calculant :

hauteur totale / hauteur du nombril ;  
distance du nombril au genou / la distance du genou à la plante des pieds ;  
distance entre les extrémités des doigts et le coude / distance entre le poignet et le coude ;  
distance entre la ligne de l'épaule et le sommet de la tête / longueur de la tête ;  
la 1<sup>ere</sup> phalange / la 2<sup>eme</sup> ;  
la 2<sup>eme</sup> phalange / la 3<sup>eme</sup> ;  
distance entre les pupilles / distance entre les sourcils ...

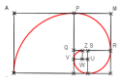
Sa théorie obtient un franc succès. Pouvoir codifier de manière scientifique la beauté est une idée qui séduit. A son instar, des scientifiques et des artistes se mettent à tout mesurer, à tout observer, tout calculer.

Certains résultats sont très controversés (comme les proportions du corps humain), d'autres ne pourront jamais être confirmés par leurs auteurs, mais sont stupéfiants, ceux relevés dans la nature seront qualifiés de « divins » ou de « hasardeux », mais n'en sont pas moins surprenants. D'aucuns diront que les coïncidences ne peuvent pas être aussi nombreuses, d'autres que « quand on veut vraiment trouver, on trouve ».

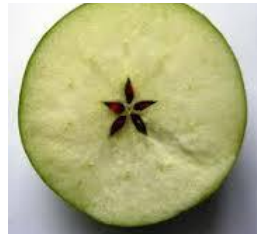
Donnons un échantillon de ces résultats.

- Dans la nature :

Reprenons le **rectangle** du début de cet exposé et traçons les quarts de cercles contenus dans chaque carré et qui s'enchaînent : on obtient alors la courbe de la coquille de l'escargot, la forme des bras des galaxies ou encore la naissance d'une feuille de fougère.

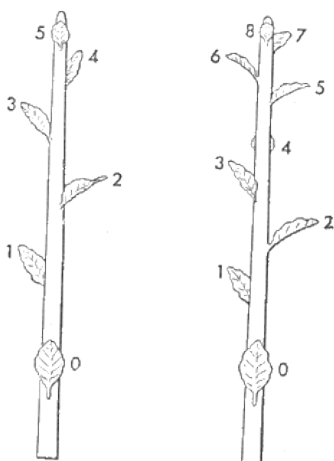


Reprenons le **pentagone et le pentagramme** : outre dans la forme des étoiles de mer, nous les retrouvons au cœur de nos pommes ou poires, dans la forme des alvéoles d'une ruche ou la structure d'un cristal de quartz.



Reprenons la **suite de Fibonacci** :

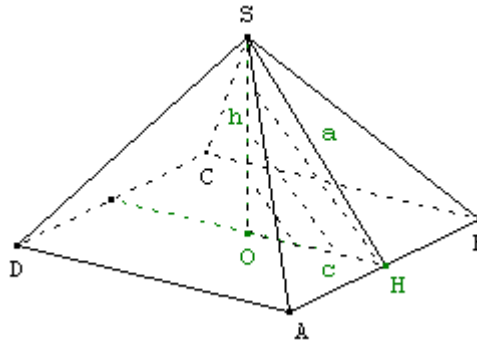
Les écailles des pommes de pins ou les écorces d'un ananas engendrent des spirales et la suite de Fibonacci apparaît : on observe 8 spirales, chacune formée de 13 écailles dans un sens et 13 spirales formées de 8 écailles dans l'autre sens. Ce phénomène se produit sur les étamines d'une fleur de tournesol, mais avec les couples de nombres (21,34), (34,55) ou (55, 89).



Sur une tige de plante, les feuilles sont disposées en spirale, de façon à ne pas se cacher la lumière du soleil les unes les autres. Si on compte le nombre de feuille pour obtenir celle qui est exactement au-dessus d'une autre, on arrive généralement à 3, 5 ou 8.

- Dans les Arts

→ La présence supposée de  $\Phi$  la plus éloignée est dans la **pyramide de Khéops** (Egypte, - 2800)



$$\frac{\text{apothème}}{\text{demi base}} = \frac{SH}{OH} \approx 1,61859$$

soit très proche du nombre d'or (1,61803)

→ Dans la sculpture :



**Dieu de l'Artémision**, bronze antique représentant Poséidon,  
V<sup>ème</sup> siècle avant J.C. 2m de hauteur,

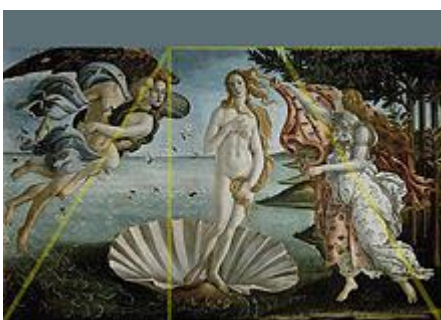
$$\frac{\text{hauteur totale}}{\text{hauteur du nombril}} \approx 1,619$$

→ Dans l'architecture :

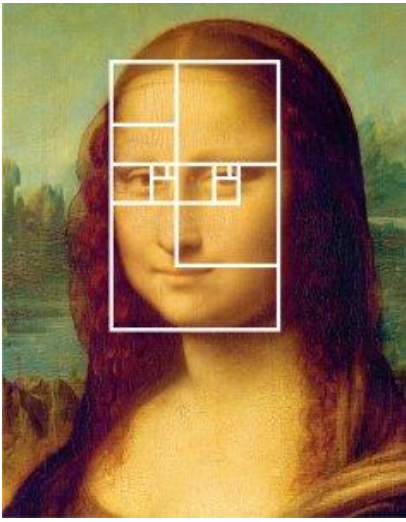


**Notre Dame de Paris**  
XIII<sup>ème</sup> siècle

→ Dans la peinture :



**La Naissance de Vénus** de Sandro Botticelli, l'un des peintres les plus importants de la Renaissance italienne, fin du XV<sup>ème</sup> siècle



La célèbre Joconde de Léonard de Vinci. (1452-1519)

Léonard de Vinci, de son vrai nom Lionardo di ser Piero est né le 15 avril 1452 dans le petit village toscan d'Anchiano, situé à deux kilomètres de Vinci, sur le territoire de Florence en Italie.

Enfant illégitime d'un notaire et d'une servante, bien qu'élevé et aimé par son père et ses quatre femmes successives au milieu de ses nombreux demi-frères et sœurs, il n'apprendra à lire, écrire et compter qu'à l'âge de 12 ans (et n'étudiera le grec et le latin qu'à 40 ans) mais sera initié à l'art par sa grand-mère paternelle, céramiste.

Très tôt, il est fasciné par la beauté de la nature. Il l'observe et la dessine. Décélant un don, en 1469 son père le place en apprentissage à Florence, dans l'un des plus prestigieux ateliers d'art de la Renaissance : celui d'Andrea del Verrocchio. Le maître trouvant rapidement son élève exceptionnel, élargira son enseignement, en plus de la peinture et de la sculpture, à la chimie, l'algèbre ...

Léonard deviendra un des génies de la Renaissance, avec Michel-Ange et Raphaël.



Michel-Ange

*La Création d'Adam de la chapelle Sixtine.* (1508-1512)

Raphaël

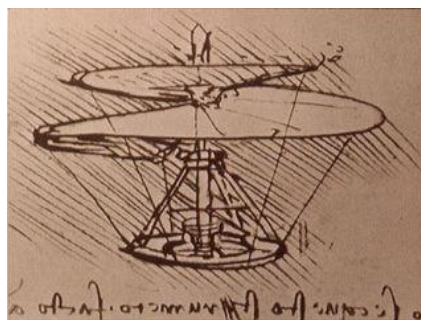
La Madone à la Prairie (1505-1506)



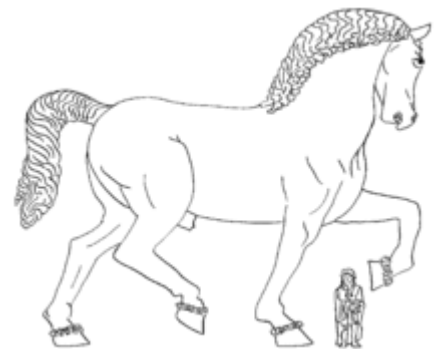
Son Codex - journal très détaillé de ses pensées et de son œuvre - nous montre qu'il n'a pas été que peintre, cela a même été son activité la moins prolifique (une trentaine de tableaux seulement). Il a exercé ses talents d'ingénieur dans le domaine militaire (char d'assaut), maritime (ports, bateaux), mécanique (roulement à bille), aéronautique (aile volante, parachute).



Reproduction du char de combat de Léonard.



La vis aérienne, 1486, considérée comme la base de l'hélicoptère



Proportions du cheval de Léonard, statue de bronze jamais réalisée, à la gloire François Sforza, duc de Milan 1452 à 1466

Il a réalisé 228 planches, dessinées et annotées, d'études anatomiques. Il a pour cela disséqué lui-même trente cadavres, avec l'autorisation exceptionnelle du Pape Sixte IV.



*Étude sur l'embryon humain  
(1510-1513).*



*Etude des muscles de l'épaule  
(1506-1510)*

Il était obsédé par la beauté de la nature et son désir de la reproduire de la façon la plus fidèle possible. Il voulait également montrer l'âme des personnages qu'il peignait. Il travaille donc beaucoup sur les couleurs, les perspectives, les proportions, le mouvement.



La Cène (en italien : L'Ultima Cena, soit « le Dernier Repas ») de Léonard de Vinci est une peinture murale de 460 × 880 cm, réalisée de 1494 à 1498 pour le réfectoire du couvent dominicain de Santa Maria delle Grazie à Milan, qui a été considérée jusqu'au milieu du XIX<sup>ème</sup> siècle comme son chef-d'œuvre, pour la qualité de la perspective notamment.

Léonard de Vinci a mis au point la technique du **sfumato** (en italien : « évanescent ») : la superposition de plusieurs couches de peintures délicates produit un effet vaporeux qui donne au sujet des contours imprécis, sans lignes ni contours. Cette technique de fondu se faisait généralement avec les doigts ou des chiffons pour faire fondre les couleurs sur le support. Il atténuait également les couleurs et diminuait la précision des détails proportionnellement à leur distance l'observateur



*Saint Jean Baptiste (1513-1516)*



*Etude d'une tête de femme (1508)*

Léonard de Vinci voulait « rendre visible l'invisible », fixer graphiquement « le rythme du mouvement » et le « mouvement mental » du personnage.

Science et art se rejoignent alors : chaque observation de la nature, chaque dissection devient une occasion pour déceler et communiquer le frémissement de ce mouvement.

Il s'inspire donc du vol des oiseaux, du comportement du sang quand il coule dans les valves de l'aorte, les mouvements des danseurs ou des boucles de cheveux qu'il compare au mouvement de l'eau ; il travaille sur le « moment de transformation d'entre-deux » obligeant le spectateur à s'interroger sur ce qui pourrait se passer juste après.

En 1502, **Francesco del Giocondo**, riche marchand florentin a une jolie jeune femme (Lisa Gherardini) et deux petits garçons. Il est heureux et veut un portrait de sa femme pour sa nouvelle demeure. Il s'adresse à Léonard, le plus célèbre peintre de Florence qui accepte la commande et commence le tableau. Mais en 1506, Léonard quitte Florence pour Milan puis, en 1516, c'est en France que Léonard part s'installer à la demande de **François 1<sup>er</sup>**, où il sera nommé premier peintre, ingénieur et architecte du roi. Le tableau n'est pas fini et suit les voyages de son auteur (comme *Saint Jean baptiste* et *La Vierge et l'Enfant*). Le génie meurt en France en 1519. Le tableau est fini, mais Francesco del Giocondo ne le verra jamais. Il restera propriété de l'Etat Français.



*La Vierge et l'Enfant*  
(1503-1519)



Ce tableau est une huile sur bois de peuplier, 77 X 53 cm. Il est exposé à Paris, au **Musée du Louvre**.

Il est considéré comme un chef d'œuvre du portrait, et pas seulement de la Renaissance. Pourtant il fut controversé à son époque (début du XVI<sup>ème</sup> siècle) :

- avant *La Joconde*, on ne peignait pas de visage souriant à l'exception du tableau d'Antonello de Messine :

*L'homme qui rit* (1470) :

- le paysage de fond était considéré comme affreux (privé de couleurs et de présence humaine ou animale) et incohérent (la ligne d'horizon n'est pas à la même hauteur à gauche et à droite).
- le corps est vu jusqu'en bas de la taille : les portraits étaient jusque-là coupés au niveau des épaules ou de la poitrine et vus de profil, comme la tête.



Pourtant cette **Joconde** (ou **Mona Lisa** - *Madame Lisa en Italien*) constitue l'aboutissement de toutes les recherches de son Léonard de Vinci.

On peut interpréter ce tableau comme une réflexion sur le temps qui passe. La tête de *La Joconde* sépare le tableau en deux parties (un paysage inhumanisé de couleur brune et un paysage imaginaire d'un bleu opaque dont la ligne d'horizon coïncide avec son regard) dans lesquels l'horizon ne se trouve pas au même niveau : du chaos (à gauche), on passe à la grâce éphémère (le sourire) et lumineuse, et on repassera au chaos (à droite).

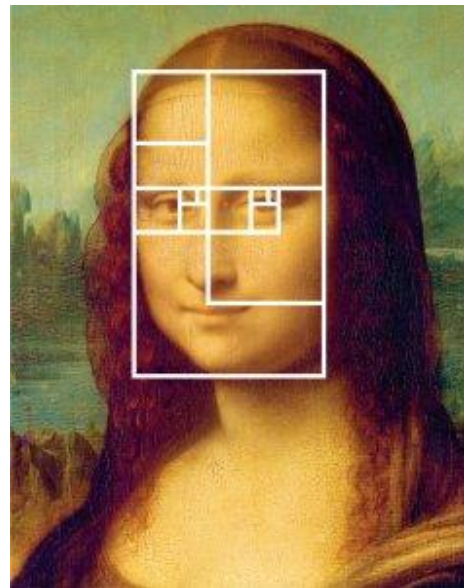
On y retrouve toutes les techniques de Léonard :

- Les dimensions diminuent et les couleurs s'estompent avec la profondeur.
- L'impression de « vivant », de « mouvement » rendu par la position du corps :
  - Le visage est montré presque de face avec le regard de côté et le buste de trois-quarts ;
  - Les cheveux crépus sont plaqués sur la tête par une mantille mais s'en échappent et tombent sur les épaules.
  - Le regard semble suivre le spectateur même lorsqu'il se déplace car il est perpendiculaire au plan de l'image.
  - Le sourire qui n'est qu'ébauché et que d'un côté (là où la ligne d'horizon est la plus haute), comme si Mona Lisa s'apprêtait à sourire ; on pense qu'une seconde après elle sourirait, on est dans son esprit. "Le bon peintre a essentiellement deux choses à représenter : le personnage et l'état de son esprit"

Reste à parler des proportions, sujet cher à l'artiste, obsédé par son désir d'égaliser la perfection de la création divine dans ses propres créations artistiques.

Pour lui, la peinture s'apparente à une science. Mais son Codex montre qu'il n'était pas un adepte du nombre d'or ; les proportions idéales peintes par l'artiste résultaient de ses expériences : observation de la nature, dissections.

Et pourtant :

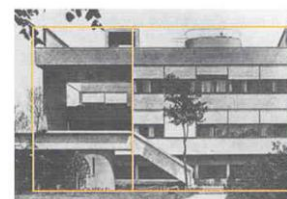


Rappelons que Léonard de Vinci a commencé son tableau en 1503, à Florence, avec son modèle, Lisa del Giocondo, face à lui. Mais qu'il l'a fini en France, 10 ans plus tard, sans son modèle. Nous ne savons pas s'il a représenté Lisa avec fidélité, si le temps et l'éloignement lui ont fait l'idéaliser ou s'il a finalement imaginé un type de femme universelle qui n'aurait qu'une vague ressemblance avec Mme Giocondo.

Léonard avait travaillé sur le Nombre d'Or ; il a mis dans ce portrait l'ensemble de ses techniques. A-t-il intentionnellement utilisé les proportions divines ? Même si quinze ans auparavant il s'était montré sceptique ? A-t-il modifié les proportions du visage de son modèle pour obtenir des proportions qui correspondent à ses critères, basés sur ses recherches scientifiques, et que finalement la réunion de la réalité et de la théorie ont donné les proportions du Nombre d'Or ? A-t-il peint, comme il cherchait toujours à le faire, le visage exact d'une Madame Giocondo qui avait réellement, comme les bras des galaxies, les coquilles de nautilus ou les fleurs de tournesol, les proportions dorées ?

Pour des artistes contemporains, nous savons qu'ils ont utilisé le Nombre d'Or :

L'architecte français Le Corbusier (1887-1965) avait créé une échelle à partir de la taille moyenne de l'homme dans chaque pays, dont le coefficient est le Nombre d'Or ;



La Cité Radieuse  
1952

le peintre Dali pour Demi-Tasse Géante Volante (1944), a sciemment utilisé un rectangle d'or ;



le compositeur français Iannis Xenakis (1922-2001) et le poète français Paul Valéry (1871-1945) utilisaient des nombres consécutifs de la suite de Fibonacci pour certaines de leurs œuvres (rythme, pieds).

Mais rien dans le Codex de Léonard de Vinci, ne permet de savoir si ces nombreux Rectangles d'Or dans le Portrait de La Joconde ne sont que coïncidence ou pas.

On sait, par contre, qu'il se refusait à mettre sur le papier, même avec son écriture codée de droite à gauche, certaines de ses inventions, de peur qu'elles soient détournées par l'homme contre l'homme.