"Les choses qui sont dotées de proportions correctes réjouissent les sens". Saint Thomas d'Aquin

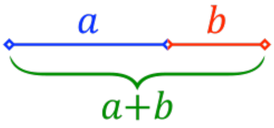
Connu aujourd'hui entre autres comme seule racine positive de l'équation $x^2 = x + 1$, le nombre d'or a traversé les âges et suscité la curiosité de l'humanité.

Historique : d'Euclide à nos jours.

III° siècle av. J.C. Euclide : une 1ère approche entièrement géométrique.

La première évocation écrite du Nombre d'Or apparaît dans le sixième livre des *Eléments* d'Euclide :

« *Une droite est dite être coupée en Extrême et Moyenne raison quand, comme elle est toute entière relativement au plus grand segment, ainsi est le plus grand relativement au plus petit.* »
(Euclide, *Les Eléments*, IIIe siècle av. J.C.) :



c'est-à-dire

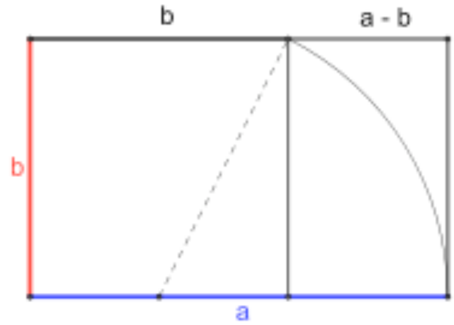
$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Lorsqu'on partage un segment en deux, il existe un unique point tel que le rapport entre le segment de départ et le plus grand sous segment soit égal au rapport entre les deux sous segments. Il s'agit alors d'un nombre irrationnel, environ égal à 1,618.

Le rectangle d'or

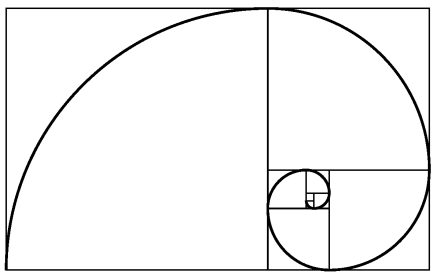
S'ensuit alors la proposition de construction d'un rectangle d'Or, c'est à dire un rectangle dont la longueur et la largeur ont un lien d'Extrême et Moyenne raison :
La construction proposée par Euclide est compliquée.
En voici une plus élégante :

Construire un carré ABCD de côté b
Soit I le milieu du segment [AB].
Tracer le cercle de centre I, de rayon [IC].
Ce cercle coupe la demi-droite [AB) en E.
Construire le rectangle AEFD.



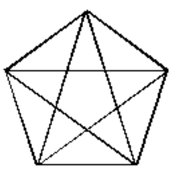
La spirale d'or

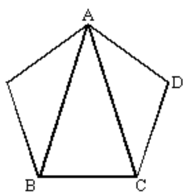
Si on supprime un carré de côté b à l'intérieur de ce rectangle, on obtient un rectangle de dimensions b x (a-b). Il s'agit d'un nouveau rectangle d'Or. En réitérant ce processus et en traçant dans chaque carré un quart de cercle, on obtient ce que l'on appelle sa spirale d'Or, qui, mathématiquement, est infinie.



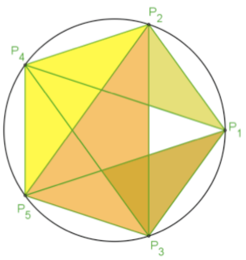
Le pentagone et le pentagone étoilé, ou pentagramme

Dans le Livre XIII, lorsqu'il étudie les solides de Platon (les cinq polyèdres réguliers convexes) et quelques polygones réguliers, Euclide rencontre à nouveau le Nombre d'Or dans le pentagone et le pentagone étoilé : Il remarque qu'un côté et une diagonale du pentagone sont en proportion d'extrême et moyenne raison. On peut noter aussi que les triangles isocèles ainsi formés sont des triangles d'or : (leurs côtés sont en proportion d'extrême et moyenne raison).





$$\frac{AC}{AD} = \Phi$$



Le pentagramme (le pentagone et ses diagonales) était déjà largement connu auparavant, en particulier en tant que signe de reconnaissance du groupe des Pythagoriciens, secte ultra fermée, mi mathématicienne, mi ésotérique et fondée par Pythagore au VI° siècle av. J.C. dans le sud de l'Italie. On y étudiait la philosophie, les mathématiques, les sciences naturelles, l'astronomie.
Les pythagoriciens, considéraient que l'harmonie du monde reposait sur les nombres entiers, le pair, l'impair et la décade, et l'étude du nombre d'or, irrationnel, en a été entravée. (La diagonale du carré, nombre irrationnel, avait également remis leur doctrine en cause).
Très peu d'informations nous sont parvenues de cette confrérie dans la mesure où Le Maître interdisait que ses enseignements soient écrits ou transmis aux non-initiés (on raconte que ceux qui prenaient le risque de le faire mouraient dans des circonstances étranges ou des accidents).

Bien qu'il l'ait étudié, Euclide ne donne aucun nom à ce nombre, et sa classification des irrationnels, (Livre X des *Eléments*), compliquée, n'en fait pas mention.

L'approche arithmétique du nombre d'Or est bloquée à cette époque par le préjugé pythagoricien qui voudrait que tout nombre soit rationnel (le nombre d'or ne l'est pas). Pourtant, les premières preuves du caractère irrationnel de certaines diagonales de polygones réguliers remontent probablement au Ve siècle av. J. C. :
Platon (-428 ; -348) évoque cette difficulté et cite les travaux de son précepteur, Théodore de Cyrène, qui montre l'irrationalité de $\sqrt{5}$ et, par voie de conséquence, celle du nombre d'or.

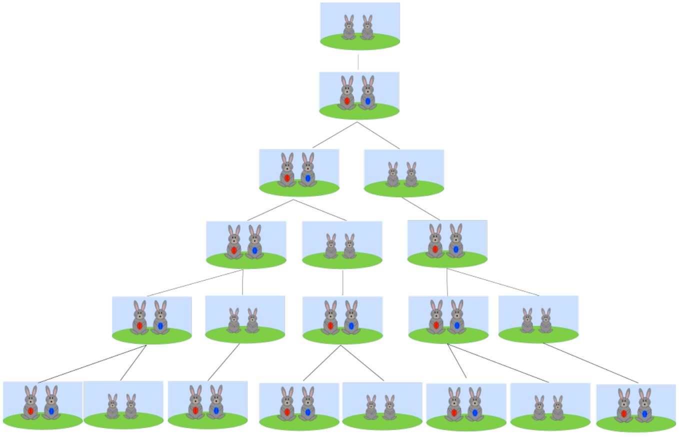
XII° - XIII° siècles : Le Moyen Age

Fibonacci et les lapins : une approche numérique

Leonardo Fibonacci (1175 – 1250, Pise) est un mathématicien italien qui, ayant voyagé en Egypte et en Syrie a développé l'usage des chiffres arabes et du calcul décimal dans une Europe ou l'on calculait encore en chiffres romains et à l'aide de toutes sortes de bouliers.

Un premier exemple concret :

En 1202, dans son ouvrage *Liber abaci,* (livre de calcul) Fibonacci publie le problème suivant :



« Un homme met un couple de lapins dans un lieu isolé de tous les côtés par un mur. Combien de couples obtient-on en un an si chaque couple engendre tous les mois un nouveau couple à compter du troisième mois de son existence ? »

La population étudiée est idéale : les lapins sont immortels et chaque mois chaque couple productif engendre un couple de lapins.

Forme mathématique de la situation

Notons F_n le nombre de couples de lapins au début du mois n.

On a $F_1 = F_2 = 1$

Au troisième mois, le couple de lapins engendre un autre couple de lapins et on obtient $F_3 = 2$.

Plaçons-nous maintenant au mois n et cherchons à exprimer la situation deux mois plus tard, soit au mois n+2: F_{n+2} désigne la somme des couples de lapins au mois n + 1 et des couples nouvellement engendrés.
Or, n'engendrent au mois (n+2) que les couples pubères, c'est-à-dire ceux qui existent deux mois auparavant. On a donc, pour tout entier n strictement positif :

$$\mathbf{F_{n+2} = F_{n+1} + F_n}$$

On choisit alors de poser $\mathbf{F_0 = 0}$, de telle sorte que cette équation soit encore vérifiée pour n = 0.
On vient d'obtenir la forme récurrente de la suite de Fibonacci : *chaque terme de cette suite est la somme des deux termes précédents.*

Le tableau ci-dessous donne les premiers termes de la suite de Fibonacci :

$\mathcal{F}_0$	$\mathcal{F}_1$	$\mathcal{F}_2$	$\mathcal{F}_3$	$\mathcal{F}_4$	$\mathcal{F}_5$	$\mathcal{F}_6$	$\mathcal{F}_7$	$\mathcal{F}_8$	$\mathcal{F}_9$	$\mathcal{F}_{10}$	$\mathcal{F}_{11}$	$\mathcal{F}_{12}$	$\mathcal{F}_{13}$	$\mathcal{F}_{14}$	$\mathcal{F}_{15}$	$\mathcal{F}_{16}$	$\mathcal{F}_{17}$	$\mathcal{F}_{18}$	$\mathcal{F}_{19}$	$\mathcal{F}_{20}$	$\mathcal{F}_{21}$	$\mathcal{F}_{22}$	$\mathcal{F}_{23}$	$\mathcal{F}_{24}$	$\mathcal{F}_{25}$	...	$\mathcal{F}_n$
0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	987	1597	2584	4181	6765	10946	17711	28657	46368	75025	...	$\mathcal{F}_{n-1} + \mathcal{F}_{n-2}$

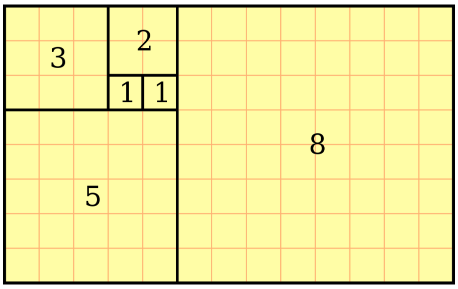
Lien entre cette suite et le Nombre d'Or

Le lien entre sa suite et le nombre d'or n'est pas évoqué par Fibonacci, mais une note manuscrite datant du XIVème siècle montre la connaissance de ce lien : si l'on considère le quotient d'un terme de cette suite par le précédent, c'est-à-dire le quotient $\frac{F_{n+1}}{F_n}$, on obtient une approximation du nombre d'Or, et plus n est grand, plus cette valeur est proche du résultat exact :

Ce résultat sera retrouvé plus tard par Johannes Kepler, (1571–1630), astronome allemand célèbre pour avoir étudié l'hypothèse héliocentrique de Copernic, affirmant que la Terre tourne autour du Soleil et que les planètes ne sont pas en rotation circulaire autour du Soleil, mais qu'elles ont des trajectoires elliptiques. Celui-ci nommera le Nombre d'Or *sectio divina*.

On peut ainsi imaginer la construction d'une suite de rectangles s'approchant de plus en plus du rectangle d'or en utilisant les nombres de la suite de Fibonacci :

Plaçant d'abord côte à côte deux carrés de côté 1 (les deux premiers termes de la suite), on associe à ce rectangle un carré de côté 2 (F_2) et ainsi de suite.



Le rapport de longueurs du n^ième^ rectangle est alors égal à $\frac{F_{n+1}}{F_n}$.

Une écriture presque actuelle

C'est également au XII° siècle aussi qu'Al-Samawal (Bagdad, 1130 - Maragha 1180), mathématicien et médecin perse, donne une expression correspondant au nombre d'or: $\frac{\sqrt{125}-5}{15-\sqrt{125}}$

Cette expression correspond à l'expression utilisée aujourd'hui : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

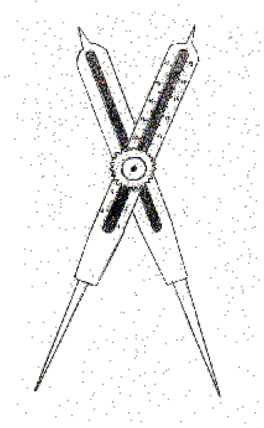
Une utilisation du Nombre d'Or dans l'architecture : les cathédrales

C'est au cours du XI° et du XII° siècles qu'un grand nombre de cathédrales et d'églises sont construites en France et en Europe selon les proportions du nombre d'or. A cette époque l'art roman prédomine dans les constructions et sera suivi plus tard par la période gothique.

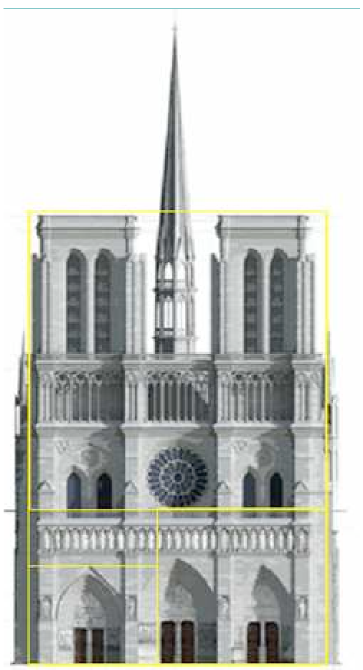
C'est au moyen de compas de proportion que les bâtisseurs de cathédrales, faisant usage du nombre d'or, arrivaient à conserver cette proportion.

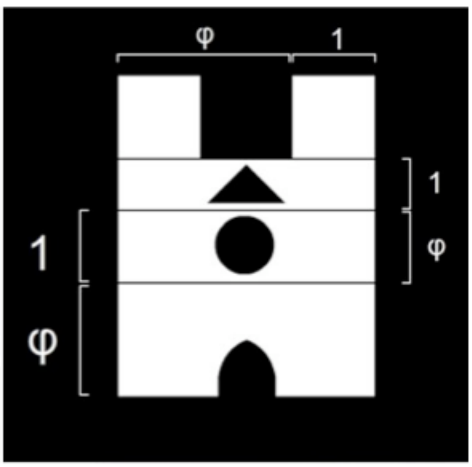
Le principe est simple : on règle grâce à la molette la proportion que l'on souhaite obtenir. Ici, le rapport de la longueur séparant les deux pointes inférieures et de la longueur séparant les deux pointes supérieures vaut le nombre d'or.

Ainsi, quelque soit l'ouverture, le bâtisseur de cathédrale peut multiplier des longueurs ou les diviser par le nombre d'or en utilisant soit les pointes supérieures, soit les pointes inférieures.



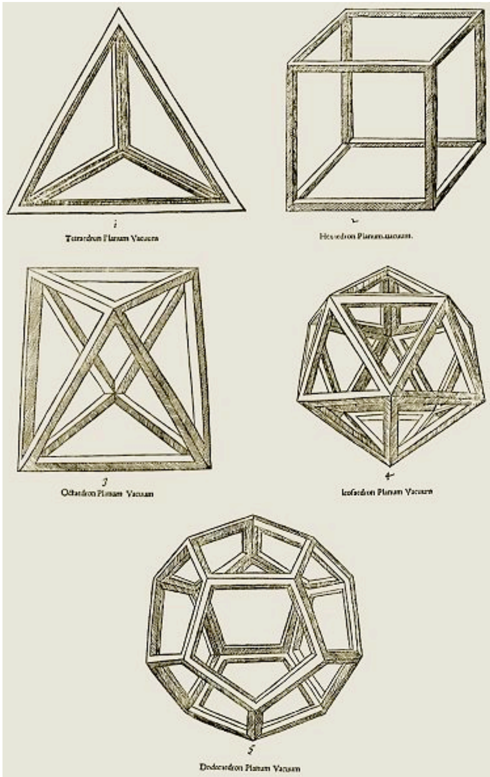
Exemple : La façade ouest de Notre Dame, du XIII° siècle, a des proportions très proches du nombre d'or.





XV° et XVI° siècle : La Renaissance : *La divine proportion*
Luca Pacioli et Leonard de Vinci

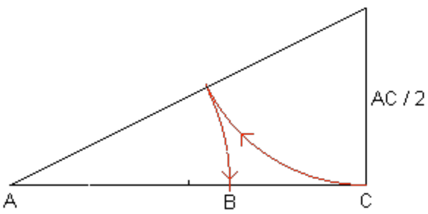
Luca Pacioli



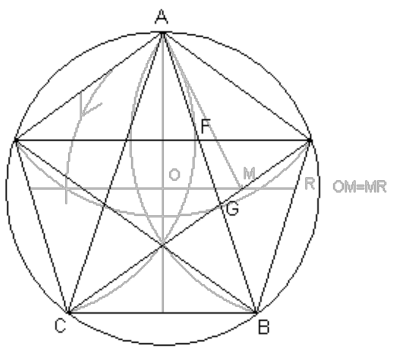
Luca Pacioli (env. 1450-1514) est originaire de Borgo San Sepolcro, en Toscane. Moine franciscain, théologien, il enseigne les mathématiques dans de nombreuses villes italiennes et se lie d'amitié avec certains des plus éminents esprits de la Renaissance : Alberti, Piero della Francesca et Vinci. Il publie une édition en latin des *Eléments* d'Euclide mais son œuvre majeure, "*Summa di arithmetica, geometrica, proportione et proportionalita*", véritable encyclopédie mathématique, publiée en 1494, lui assure la célébrité.

En 1509 il publie à Venise "*De Divina Proportione*" dont le manuscrit avait été offert plusieurs années auparavant à Ludovic le More, Duc de Milan. <u>Illustré par Léonard de Vinci</u>, l'ouvrage comprend une partie principale consacrée à l'étude des propriétés de la divine proportion suivi d'un court traité d'architecture, du tracé d'un alphabet antique, et du "*Libellus*", une suite d'exercices mathématiques portant notamment sur les polyèdres réguliers .

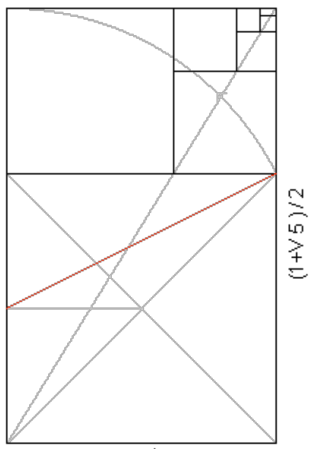
Lorsque Pacioli étudie le Nombre d'Or dans cet ouvrage, il ne s'agit plus, et depuis longtemps, d'un nombre inconnu pour les mathématiques. Sa définition suit d'ailleurs de très près celle que donne Euclide.
Il consacre ensuite de nombreux chapitres à ses " *effets* " remarquables ; le neuvième effet est supérieur selon lui, à tous les autres : les diagonales du pentagone régulier se coupent entre elles selon la proportion.



Partage d'un segment en extrême et moyenne raison
AB / BC = (AB+BC) / AB



AB / AG = AG / AF = AF / FG = AB / BC = (1+V5)/2 si BC = 1
neuvième effet de la proportion



Rectangle d'or : côtés 1 et (1+V5)/2
4ème attribut : mise en abîme de la proportion toujours semblable à elle-même

Même si le nombre d'Or est déjà connu, <u>Pacioli traite le sujet d'un point de vue nouveau : L'intérêt du nombre ne réside pas tant dans ses propriétés mathématiques que mystiques</u>. Il prend soin à plusieurs reprises de souligner la valeur esthétique et symbolique de la Proportion : "*Je ne parlerai pas de la douce et suave harmonie musicale, ni de la suprême beauté et de la satisfaction intellectuelle créées par la perspective, non plus que de la disposition architecturale que présentent tant la disposition de l'univers maritime et terrestre que l'exposé de la course des astres et des aspects du ciel : car cela ressort clairement de ce qui a été dit jusqu'ici* "(DP chap.II).

Il prête à cette proportion une perfection divine : " *notre divine proportion envoyée du ciel s'accorde avec les autres en définition et en conditions, et ne les diminue en rien, mais bien au contraire les magnifie davantage*".
Il considère également que cette proportion divine apparaît en architecture : " *on trouve,* écrit le moine*, un très grand nombre de ces monuments élevés et disposés selon ces proportions en divers lieux, comme en témoigne l'inestimable temple antique du panthéon* ".

Pacioli rédige ainsi l'envoi de son livre :
« Une œuvre nécessaire à tous les esprits perspicaces et curieux, où chacun de ceux qui aiment à étudier la philosophie, la perspective, la peinture, la sculpture, l'architecture, la musique et les autres disciplines mathématiques, trouvera une très délicate, subtile et admirable doctrine et se délectera de diverses questions touchant à une très secrète science.»

En revanche que Pacioli restera très évasif sur l'utilisation réelle du nombre d'or dans tous les domaines cités : s'il cite comme exemple une statue du grec Phidias, ce n'est que pour y voir le nombre d'or dans un dodécaèdre régulier, une figure associée au pentagone symbole de la quintessence, une représentation du divin. Les architectes de la Renaissance n'utilisent pas le nombre d'or.

Leonard de Vinci

Né à Vinci le 15 avril 1452 et mort à Amboise le 2 mai 1519, Léonard de Vinci est le fils d'un ambassadeur de la république florentine descendant d'une riche famille de notables et d'une fille de paysan.
Elevé dans la famille de son père, il bénéficie d'une éducation assez libre et rudimentaire (lecture, écriture et arithmétique). Il n'apprendra le grec et le latin, langues indispensables aux érudits de cette époque, que vers quarante ans et en autodidacte.
Il est ensuite placé dans l'un des plus prestigieux ateliers d'arts de la Renaissance à Florence, sous la férule d'Andrea Del Verrocchio, sculpteur, peintre et orfèvre auquel Laurent de Médicis accorda son mécénat. Il y reçoit un enseignement très large allant du nettoyage de pinceaux à la chimie en passant par la métallurgie et la menuiserie. Il y apprend aussi le dessin, la peinture et la sculpture, et son maître, le trouvant exceptionnel, lui confie même la finition de ses tableaux.
Léonard de Vinci devient un homme d'esprit universel, scientifique, peintre, sculpteur, musicien et poète. Il œuvrera ensuite à Rome, Bologne et Florence, puis passera les dernières années de sa vie en France, sur l'invitation du roi François Premier.

Léonard de Vinci est souvent décrit comme l'archétype de l'homme de la Renaissance, philosophe humaniste et expérimentateur dont la curiosité infinie est seulement égalée par la force d'invention· Nombre d'auteurs et d'historiens le considèrent comme l'un des plus grands peintres de tous les temps et certains comme la personne la plus talentueuse dans le plus grand nombre de domaines différents ayant jamais vécu. En réalité, la peinture n'est qu'une activité secondaire pour Léonard de Vinci, ingénieur et inventeur avant tout.

De cette première période à Florence ne nous sont parvenues que peu d'œuvres, si ce n'est des dessins à la plume. Ensuite, sa carrière débute avec des toiles immédiatement remarquables, comme en témoigne l'*Annonciation*, peinte entre 1472 et 1475 :

En 1481, Léonard de Vinci partira pour Milan, recommandé par Laurent de Médicis à un autre mécène, Ludovic Sforza. Il y peint des portraits et s'occupe entre autres de l'étude pour le dôme de la cathédrale de Milan.
A la fin des années 1490, Léonard de Vinci part ensuite pour Venise ou il étudie des méthodes de défense pour la ville alors menacée par les Turcs.
Nommé « capitaine et ingénieur général », Il inspecte les forteresses, les canaux et dessine les plans de villes de territoires nouvellement conquis.

Sa vie italienne se termine à Rome, sous la protection de Laurent de Médicis. Il y arrive en 1513. Raphaël et Michel-Ange sont alors très actifs et Léonard de Vinci, dont la peinture semble n'être plus de mise, étudie des projets d'assèchements.
Sur l'invitation du roi François Premier, Léonard de Vinci arrive en France en 1516. Il y arrive avec trois de ses toiles majeures : *Saint Jean-Baptiste*, *La Vierge, l'Enfant Jésus et Sainte-Anne* et *La Joconde.*

Il est alors nommé « premier peintre, premier ingénieur et premier architecte du roi » et vit au château du Clos Lucé, à proximité du château d'Amboise.

Il meurt le 2 mai 1519, après avoir travaillé sur de nombreux projets urbanistes et architecturaux. La légende veut qu'il soit mort dans les bras de François Premier.

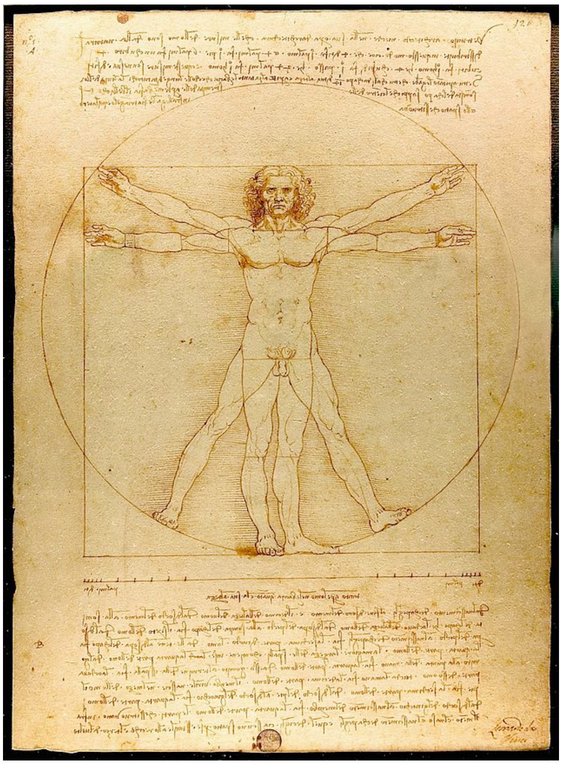
Léonard de Vinci ne fut pas un véritable mathématicien, même s'il était convaincu de l'importance des mathématiques, puisqu'il disait : *« aucune certitude n'est possible si l'on ne peut y appliquer une des sciences mathématiques ou qui ne soit unie aux mathématiques ».*
Il s'intéressa au Nombre d'Or entre autres lorsqu'il illustra l'ouvrage de Pacioli. Influencé par ce dernier, Vinci s'est surtout intéressé à la géométrie, la considérant la géométrie comme un instrument dans la création artistique ou scientifique. Il ne dépassa pas les notions euclidiennes d'alors, mais se préoccupa de problèmes qui se posaient aux peintres de son époque et inventa des instruments géométriques, comme le compas parabolique ou le compas elliptique.

Seule une quinzaine de ses œuvres nous est parvenue, parmi lesquelles nous mentionnerons le dessin de *l'homme de Vitruve*, *la cène* et *La Joconde*. Si ses œuvres sont si rares, c'est en particulier à cause de son usage de nouvelles techniques parfois désastreuses.

L'homme de Vitruve

Pacioli et Léonard de Vinci, travaillant ensemble, étudièrent les proportions humaines parfaites selon Vitruve, architecte romain du Ier siècle avant J.C.. Pacioli écrit ceci :
"*... la nature, ministre de la divinité, lorsqu'elle façonna l'homme, en disposa la tête avec toutes les proportions voulues, correspondant à toutes les autres parties de son corps : aussi les anciens, en égard à la disposition du corps humain, édifièrent toutes leurs œuvres, et principalement les temples sacrés, selon ces proportions. Ils trouvaient en effet dans le corps de l'homme les deux figures les plus importantes (*le cercle et le carré*), sans lesquelles il est impossible de faire quelque ouvrage que ce soit...*"
En revanche, l'auteur se limite, dans ce traité, aux proportions de Vitruve qui correspondent à des fractions d'entiers, choisies à l'image du corps humain.
Léonard de Vinci représente alors l'être humain selon les proportions édictées par Vitruve :

Voici un extrait du texte écrit de droite à gauche par Léonard de Vinci sur son dessin :



« Vitruve dit, dans son ouvrage sur l'architecture : la Nature a distribué les mesures du corps humain comme ceci:
Quatre doigts font une paume, et quatre paumes font un pied, six paumes font un coude : quatre coudes font la hauteur d'un homme. Et quatre coudes font un double pas, et vingt-quatre paumes font un homme ; et il a utilisé ces mesures dans ses constructions.
Si vous ouvrez les jambes de façon à abaisser votre hauteur d'un quatorzième, et si vous étendez vos bras de façon que le bout de vos doigts soit au niveau du sommet de votre tête, vous devez savoir que le centre de vos membres étendus sera au nombril, et que l'espace entre vos jambes sera un triangle équilatéral.
La longueur des bras étendus d'un homme est égale à sa hauteur.
Depuis la racine des cheveux jusqu'au bas du menton, il y a un dixième de la hauteur d'un homme. Depuis le bas du menton jusqu'au sommet de la tête, un huitième. Depuis le haut de la poitrine jusqu'au sommet de la tête, un sixième ; depuis le haut de la poitrine jusqu'à la racine de cheveux, un septième.
[...]
La distance du bas du menton au nez, et des racines des cheveux aux sourcils est la même, ainsi que l'oreille : un tiers du visage. »

Ainsi, les proportions données par Vitruve ne sont que fractionnaires, bien que l'on soit certain que Léonard de Vinci ait attaché une grande importance au Nombre d'Or, ayant participé à l'élaboration de l'ouvrage de Pacioli sur ce sujet.

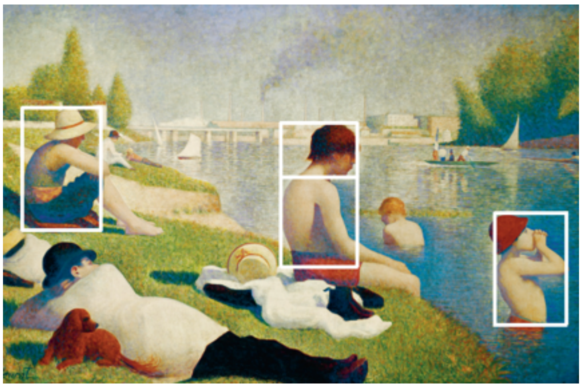
XIXème siècle : Naissance d'un mythe

C'est bien après le Moyen Age et les travaux de Pacioli et de Léonard de Vinci que l'étude élargie du Nombre d'Or a connu un large essor.
Sur le front des mathématiques, l'intérêt suscité par ce nombre diminue. Au XVIIIe siècle, le nombre d'or ainsi que les polyèdres réguliers sont considérés « avec assez de justice, comme une branche inutile de la géométrie ».

Et c'est au XIXème siècle que ce nombre ressurgit :

- Les termes de « section dorée », puis de « nombre d'or » apparaissent.
- Au milieu du siècle, Adolf Zeising, philosophe allemand, s'intéresse au nombre d'Or, qu'il appelle section d'or, en ce qui concerne l'esthétique et l'architecture. Il construit à partir de ce nombre un véritable système, pour la compréhension de nombreux domaines, tant artistiques comme l'architecture, la peinture, la musique, que scientifiques avec la biologie et l'anatomie. Une dizaine d'années plus tard, il publie un article sur le pentagramme « manifestation la plus évidente et la plus exemplaire de cette proportion ». Une relecture de la métaphysique pythagoricienne lui permet de conclure à l'existence d'une loi universelle fondée sur le pentagramme et donc, le nombre d'or. Malgré une approche scientifique douteuse, la théorie de Zeising obtient un franc succès.

Pouvoir codifier de manière scientifique la beauté est une idée qui séduit. Les dimensions du Louvre, de l'Arc de Triomphe sont mesurées avec attention, des délégations sont chargées de mesurer précisément la taille des pyramides égyptiennes ainsi que du Parthénon ou des cathédrales. Certaines peintures sont également mesurées avec grand soin. Charles Henry, un érudit à l'origine du mouvement pointilliste, associe au nombre d'or, une théorie de la couleur et des lignes. Son influence auprès de peintres comme Seurat ou Pissarro n'est pas négligeable. Il finit cependant, en 1895, par abandonner définitivement l'idée de quantifier le beau.



Une baignade à Asnières, Georges Seurat (1884)

XXème siècle : en périphérie : musique, poésie, architecture

L'intérêt pour le nombre d'or ne fait que croître tout au long de la première moitié du XXème siècle.
C'est au début du XXème siècle que ce nombre est nommé phi (**φ**) par Théodore Cook, écrivain anglais, en l'honneur de Phidias, sculpteur grec qui décora la façade du Parthénon.

Musique, poésie, peinture : Xenakis, Paul Valéry, Dali...

Certains intellectuels ou artistes éprouvent une authentique fascination pour le nombre d'or ou son mythe.

Musique :
Le compositeur Iannis Xenakis utilise ses propriétés mathématiques pour certaines compositions. Il est persuadé que le nombre d'or est nécessaire à l'esthétique d'une œuvre :
« Or, les durées musicales sont créées par des décharges musculaires qui actionnent les membres humains. Il est évident que les mouvements de ces membres ont tendance à se produire en des temps proportionnels aux dimensions de ces nombres. D'où la conséquence : les durées qui sont en rapport du nombre d'or sont plus naturelles pour les mouvements du corps humain ».

Le Nombre d'Or est recherché à la fois dans l'harmonie et dans le rythme. D'autres artistes, comme Debussy ou Erik Satie ont travaillé sur ce thème: Debussy était associé à des revues symbolistes auxquelles il participait et qui analysaient les proportions et le nombre d'or, et ces études se retrouvent dans certaines de ses compositions comme *La Mer*, un poème symphonique, ou dans certaines de ses pièces pour piano comme *Reflets dans l'eau, Images, Livre I.*

Poésie
Paul Valéry, poète et intellectuel du XXème siècle, écrit à ce sujet des vers dans son Cantique des colonnes :

Filles des nombres d'or
Fortes des lois du ciel
Sur nous tombe et s'endort
Un dieu couleur de miel.

Peinture
Le peintre Salvador Dali fait référence au nombre d'or et sa mythologie dans sa peinture, par exemple dans un tableau dénommé Le Sacrement de la dernière Cène.

Sur le plan mathématique, le nombre d'or suit une trajectoire inverse, son aura ne fait que diminuer et il quitte le domaine de la recherche pure. Il existe néanmoins une exception, la revue Fibonacci Quarterly sur la suite de Fibonacci, dont l'objet est plus ludique qu'associé à la recherche. En revanche, le nombre d'or apparaît comme la clé de quelques sujets scientifiques. La question de phyllotaxie (étude de l'organisation d'une plante), se rapportant à la spirale que l'on trouve dans certains végétaux comme les écailles de la pomme de pin est-elle vraiment liée à la proportion d'Euclide ?

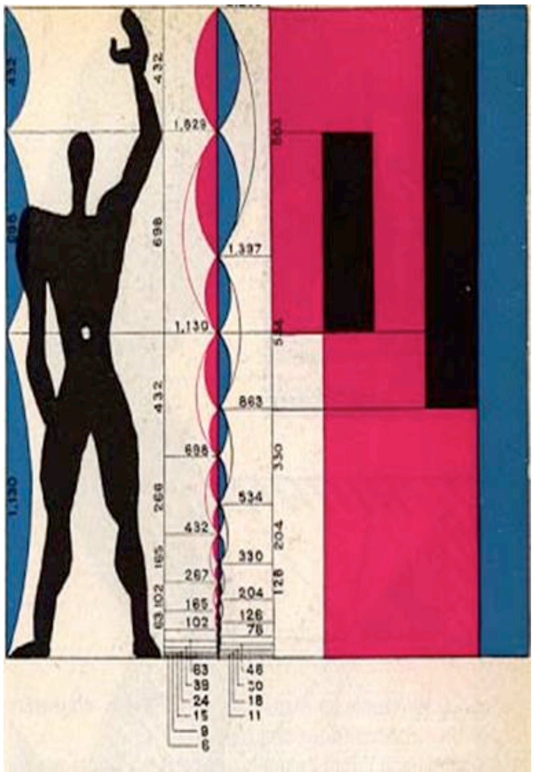
L'architecture du Corbusier

Charles-Édouard Jeanneret-Gris, né le 6 octobre 1887 à La Chaux-de-Fonds (Suisse), et mort le 27 août 1965 à Roquebrune-Cap-Martin, plus connu sous le pseudonyme Le Corbusier est un architecte, urbaniste, décorateur, peintre et homme de lettres de nationalité suisse, naturalisé français en 1930.
Il est l'un des principaux représentants du mouvement moderne avec, entre autres, Ludwig Mies van der Rohe , Walter Gropius, Alvar Aalto, Theo van Doesburg. Le Corbusier a également œuvré dans l'urbanisme et le design.

Le Corbusier est l'architecte qui théorise l'usage du nombre d'or dans son métier : Il conçoit une « échelle harmonique », conciliant les atouts du système métrique décimal, pratique mais abstrait, avec ceux du système anglais des pouces et des pieds, naturel mais peu pratique. En calant les différentes dizaines, c'est-à-dire ici les puissances du nombre d'or, sur les dimensions humaines, Le Corbusier cherche à obtenir un système alliant les deux avantages.
<u>Il construit un système d'unités de mesures liées l'une à l'autre par le nombre d'or, qu'il nommera le Modulor :</u>
- la deuxième unité correspond à la taille d'un avant-bras,
- la troisième à la distance entre le nombril et le sommet de la tête,
- la quatrième à celle entre le sol et le nombril d'un homme debout
- la cinquième à la taille d'un adulte.

En ajoutant ainsi les deux premières unités, on obtient la troisième et ainsi de suite.

Ces échelles permettent de concilier l'idéal de l'homme de Vitruve et les proportions d'Euclide : Chaque dizaine correspond à une proportion humaine et les différentes proportions se répondent entre elles.
Le Corbusier cherche à trouver un moyen de normalisation en urbanisme. En 1950, date de parution du premier tome sur le Modulor, les besoins de reconstruction sont vastes et la rationalisation de la production est impérative. L'auteur parle de machine à habiter. Sa pensée envisage dans un même bâtiment tous les équipements collectifs nécessaires à la vie — garderie, laverie, piscine, école, commerces, bibliothèque, lieux de rencontre. Cette démarche vise aussi un objectif esthétique. La normalisation dispose d'un avantage, elle permet plus d'harmonie. Le tracé régulateur, c'est-à-dire l'échelle construite sur la suite de Fibonacci y joue un rôle : « Le tracé régulateur n'apporte pas d'idée poétique ou lyrique ; il n'inspire nullement le thème ; il n'est pas créateur ; il est équilibreur. Problème de pure plasticité».
Pour Le Corbusier, le nombre d'or est donc vu comme équilibre naturel et évident.
À partir des années 1950, Le Corbusier utilise systématiquement le modulor pour concevoir son œuvre architecturale. La Cité radieuse de Marseille ou la Chapelle Notre-Dame-du-Haut de Ronchamp en sont deux exemples célèbres.



Un autre architecte du XXème siècle
Plus récemment, l'architecte espagnol Ricardo Bofill, qui aime faire référence au passé monumental de l'architecture méditerranéenne a dédié une place au Nombre d'Or en cœur du complexe Antigone, au centre de Montpellier.

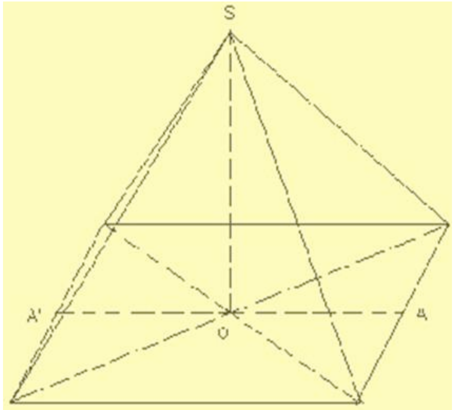
Le nombre d'Or dans d'autres domaines :
Recherches et vues de l'esprit
Peu de certitudes : L'architecture, la nature et la peinture

L'architecture

Lors de l'engouement pour le nombre d'or, entre le XIXème et le XXème siècle, les mesures effectuées a posteriori sur les certains monuments ont fait apparaître le nombre d'or, de manière plus ou moins évidente :

La pyramide de Kheops

Considérée, depuis au moins 2 000 ans, comme l' une des sept merveilles du monde, la grande pyramide de Khéops est une pyramide à faces lisses, située sur le plateau de Gizeh, à proximité du Caire, en Égypte. D'après Hérodote, des prêtres égyptiens disaient que les dimensions de la Grande Pyramide avaient été choisies telles que : "Le carré construit sur la hauteur verticale égalait exactement la surface de chacune des faces triangulaires".



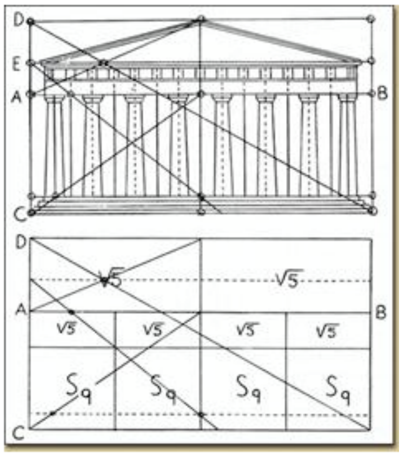
L'unité de mesure ici est la coudée et on sait que la hauteur de la pyramide est de 280 coudées et la longueur d'un côté de sa base de 440 coudées.

Un rapide calcul permet de montrer que le rapport $\frac{SA}{SO}$ s'approche du nombre d'or.

<u>Limites de ce premier exemple :</u>
Toutes les pyramides de l'Egypte ancienne n'ont pas ces proportions, et aucune mention écrite du nombre d'or ne précède celle d'Euclide, dans *Les Eléments*.

Le Parthénon

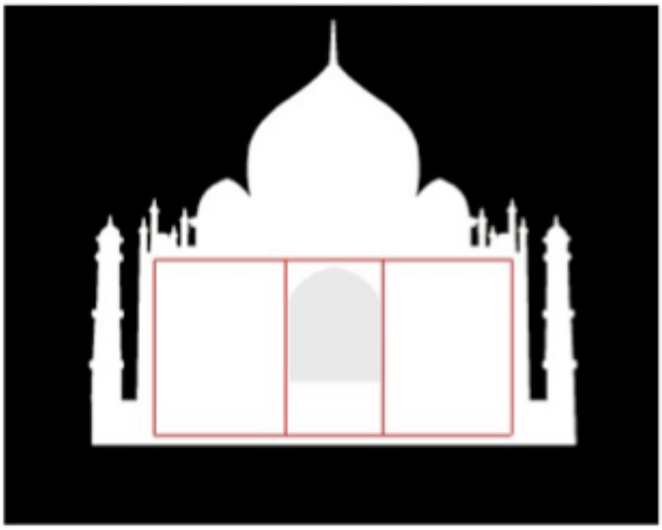
Le Parthénon, bâti par Périclès en l'honneur d'Athéna, déesse de la sagesse et de la guerre, date de la seconde moitié du Vème siècle av. J.C.
Construit suite à une victoire sur les Perses, il abritait une statue d'Athéna faite d'or et d'ivoire.
Le Parthénon garda longtemps une fonction religieuse que ce soit sous domination grecque, romaine puis byzantine puisque l'édifice devint une Eglise dédiée à la Vierge au VIe siècle. Plus tard, en 1687, lors de la guerre contre les Turcs, ces derniers entreposèrent de la poudre dans l'édifice. Une canonnade vénitienne provoqua une explosion qui détruisit tout le centre du Parthénon. Celui-ci devint une mosquée jusqu'en 1749 avec l'adjonction d'un minaret.
Au début du XIXe siècle, Lord Elgin dépèce le Parthénon de la majorité de sa décoration sculptée pour l'envoyer à Londres. Aujourd'hui, il faut aller au Louvre, au musée d'Athènes et au British Museum si l'on veut voir l'ensemble restant de la décoration des frises et frontons de l'un des plus beaux édifices antiques.



Le Parthénon s'inscrit dans un rectangle d'or, c'est-à-dire que le rapport de sa longueur à sa hauteur est égal au nombre d'or. On a pu également faire apparaître des proportions d'or sur les frises et les bas-reliefs du temple.

<u>Limites de cet exemple :</u>
Bien que le nombre d'or tienne son nom Φ du sculpteur ayant décoré le Parthénon, la présence du nombre d'or dans la constitution de celui-là reste controversée :
Plusieurs personnes ont travaillé sur ce monument pour essayer de faire apparaître la proportion divine dans sa constitution. Tous présentent des résultats souvent incompatibles puisqu'ils découpent le Parthénon suivant des figures (rectangles principalement) relativement différentes. Par exemple, l'un trace la hauteur de son rectangle principal au niveau de la troisième marche du temple, l'autre lève son carré au niveau du fût des colonnes externes.

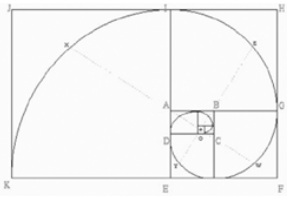
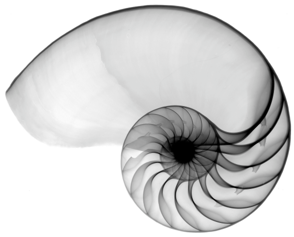
Le nombre d'or dans de nombreux autres édifices, tels que le théâtre d'Epidaure, le Taj Mahal (édifié de 1631 à 1648 et Notre Dame de Paris. Les mosaïques de l'une des mosquées de la grande place d'Ispahan, en Iran, font elles aussi apparaître un pavage à l'aide de « polygones d'or ».

La nature

Nature végétale

La thèse de l'omniprésence du nombre d'or dans la nature, bien que séduisante, n'est pas prouvée : dans le monde végétal, les écailles de pomme de pin par exemples forment des spirales dites logarithmiques. En ce qui concerne les étamines de tournesol, ces spirales font apparaître la suite de Fibonacci.
En revanche, il n'en est pas de même pour toutes les spirales observées dans la nature :
Celle de la coquille du nautile par exemple n'est pas une spirale d'or.

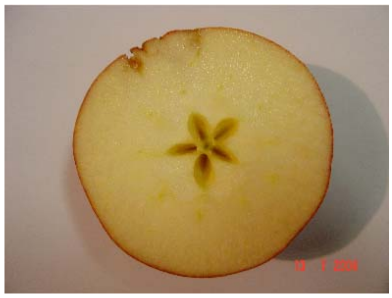




Certains cristaux s'organisent en une structure pentagonale. Les diagonales et les côtés de ces pentagones font intervenir le nombre d'or. Mais il n'en est pas ainsi pour tous les cristaux.

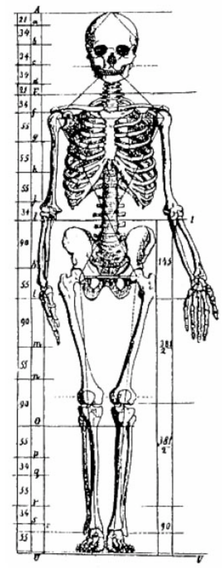
Finalement, pour un scientifique spécialiste dans un domaine, l'usage du nombre d'or est plutôt rare, limité à quelques sujets comme la phyllotaxie du tournesol ou la cristallographie du quartz. S'il recherche des concepts explicatifs pour mieux comprendre son domaine, la proportion d'Euclide est rarement de ceux-là.

Si la spirale d'or n'est pas toujours modèle des spirales naturelles, le pentagone étoilé, en revanche est présent dans la structure de nombreuses plantes.



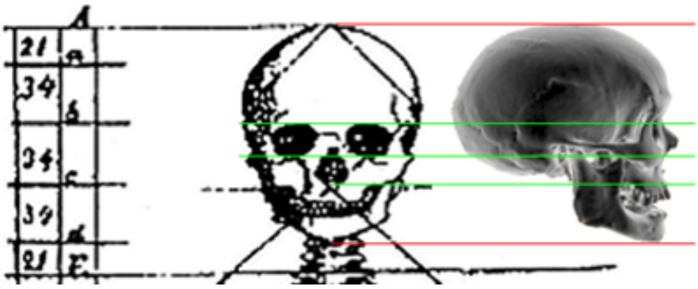


Le corps humain
A l'instar de Léonard de Vinci, plusieurs philosophes et artistes ont mis en place des schémas du corps humain en suivant diverses proportions.



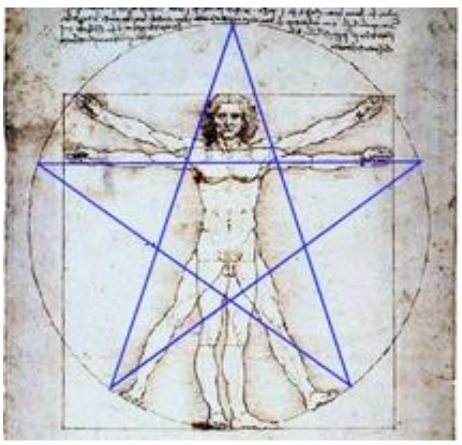
Le squelette de Zeising ne respecte pas précisément les proportions du corps humain, le crâne est par exemple irréaliste.

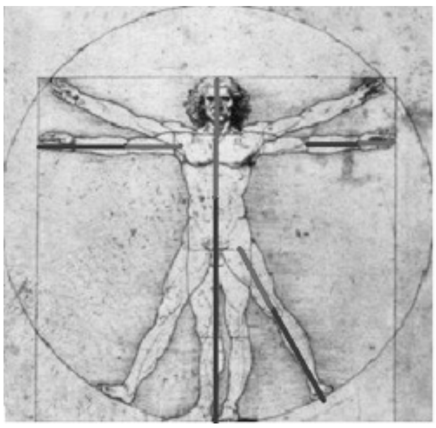
Zeising, au milieu du XIXème siècle, met en place un squelette respectant uniquement des proportions fondées sur le Nombre d'Or.
Il apparaît que ces proportions sont irréaliste, comme en témoigne la comparaison ci-contre du crâne de l'homme de Zeising et d'un crâne obtenu par imagerie médicale.



La peinture
Les compositions de nombreux tableaux célèbres ont des proportions très similaires à celles du nombre d'or (on en a un exemple frappant avec *La naissance de Vénus* de Botticelli)

Le nombre d'Or, Léonard de Vinci, l'homme de Vitruve et la Joconde
L'homme de Vitruve
Comme expliqué plus haut, l'homme de Vitruve, de Léonard de Vinci n'aurait pas été représenté en fonction du Nombre d'Or mais en fonction des proportions édictées par Vitruve, toutes rationnelles.
De nombreuses mesures ont cependant fait apparaître les proportions du nombre d'Or sur cette planche :
- le bras et l'avant-bras de ce modèle, par exemple, seraient partagés en extrême et moyenne raison.
- L'homme semble également s'inscrire dans un pentagone régulier





Léonard de Vinci avait-il légèrement modifié les proportions de l'architecte romain pour faire apparaître le nombre d'or ? Les informations sur ce sujet restent très floues.

La Joconde
Parmi les œuvres créées par Léonard dans les années 1500 se trouve un petit portrait connu sous le nom de *La Joconde* (1503-1506). Il s'agit d'une Huile sur panneau de bois de peuplier, de dimensions 77 x 53 cm. Le tableau est connu, en particulier, pour l'insaisissable sourire sur le visage de la femme.
Le commanditaire de l'œuvre est Francesco del Giocondo, riche marchand florentin qui s'adresse au peintre le plus célèbre de son temps, Léonard de Vinci. Sa femme, mère de deux garçons est alors âgée d'environ 24 ans.

Léonard de Vinci commence à travailler en 1502/1503, mais Francesco del Giocondo ne reçut jamais *La Joconde* car le tableau était inachevé quand Léonard quitta Florence pour Milan en 1506. Il emporta l'œuvre en France en 1516 et mourut au Clos Lucé, à côté d'Amboise, le 2 mai 1519. Le tableau est donc resté en France. Le titre en est *La Joconde* ou *Mona Lisa*, pour "ma dona" (Madame), simplifié en "Mona" et son premier prénom, "Lisa".
Ce tableau, l'un des plus célèbres au monde, était déjà connu d'une grande popularité à la Renaissance, populaire pour les uns, controversé pour d'autres, en raison de la nouveauté de certains de ses aspects. Son état de conservation remarquable et le fait qu'il n'y ait aucun signe visible de réparations ou de surcouches repeintes sont extrêmement rares pour une peinture de cette période.

Description de l'œuvre :

- Deux parties composent l'ensemble. Le choix est fait de représenter un mi-corps : buste et bras de la jeune femme, assise, positionnée de trois quarts mais pointant son regard vers le spectateur. Ce cadrage jusqu'à la taille et cette représentation de trois quarts sont relativement nouveaux à cette époque.
- Elle est assise sur un fauteuil sans dossier dans le cadre d'une loggia : on perçoit le rebord plat d'un muret et la naissance de deux colonnes, à gauche et à droite. La Joconde est au centre de la composition, reflétant par ce lieu géométrique la place primordiale que l'humanisme accorde à l'individu. Et l'intersection des diagonales désigne le cœur du personnage.
- Ce portrait est installé devant l'arrière-plan d'une nature minérale privée de toute présence humaine. Ce qui est également assez inhabituel à l'époque de la Renaissance. La jeune femme est, en effet, encadrée par deux blocs d'une nature plutôt inhospitalière. La partie droite est plus haute que la partie gauche mais on ignore comment s'effectue le passage de l'une à l'autre puisque le visage de Mona Lisa coupe cet arrière-plan
- La lumière provient de la gauche et illumine le visage, la gorge et les mains du personnage. Le choix de vêtements sombres accentue la centralité visuelle des parties éclairées. C'est l'humain qui compte, la vitalité de cette jeune femme opposée à l'incertitude inquiétante du paysage auquel elle tourne le dos.
- Les couleurs chaudes sont réservées au modèle, les couleurs froides au paysage.

Techniques de peinture :

- **Le sfumato :** La douceur, la légèreté, le velouté de l'image sont issus dune technique appelée *sfumato*, que Léonard de Vinci maîtrisait parfaitement. Cela signifie "enfumé", "vaporeux". Les lignes et les contours disparaissent et semblent se fondre les uns dans les autres grâce à la superposition raffinée de plusieurs couches de peinture. ("glacis") Il en ressort une impression de douceur et de sérénité.
- **Glacis superposés :** Une analyse a révélé que Vinci avait déposé à la surface de sa peinture une superposition de glacis lui permettant d'ombrer subtilement sa composition. Le système fonctionne comme un verre opaque : chaque couche translucide lui permettait de jouer sur des variantes dans les clartés et les coloris. Il s'agit de couches extrêmement fines, dont l'épaisseur totale ne dépasse pas celle d'un demi cheveu.

Résine et huile.

Il n'aurait pas été le seul, ni même le premier, à user de cette superposition de glacis, inventée par les peintres flamands avant d'être introduite en Italie. Il avait cependant su jouer de pigments noirs comme pour obtenir son effet *«fumé»*. Auquel il a ajouté, pour certains visages, un soupçon de cuivre pouvant donner un reflet bleuté. Il a aussi retranscrit cette méthode avec la nouvelle technique de l'huile, en utilisant un liant probablement composé d'un mélange de résine et d'huile. Ces techniques apparaissent clairement dans les trois chefs-d'œuvre du Louvre, *Mona Lisa, Saint Jean Baptiste*, et *la Vierge à l'enfant avec sainte Anne*

Le sourire de Mona Lisa

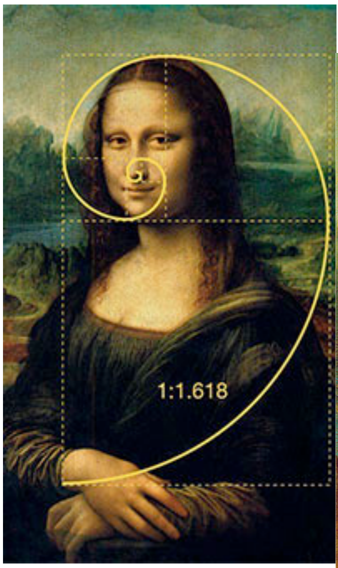
- Il s'agit du premier portrait souriant connu à ce jour, à l'exception du tableau d'Antonello de Messine : *L'homme qui rit.*
- <u>Le sourire évanescent</u> : La qualité de la peinture est peut-être liée au fait que l'artiste a subtilement ombré les coins de la bouche et les yeux, afin que la nature exacte du sourire ne puisse être déterminée. On ne sait si le sourire vient de naître ou de disparaître, si cette impression ne dépend que des yeux de Mona Lisa et si sa bouche est immobile.
- <u>L'âme :</u> Léonard de Vinci peut atteindre un de ses objectifs artistiques prioritaires, en s'intéressant en priorité à la personnalité de son modèle : "Le bon peintre a essentiellement deux choses à représenter : le personnage et l'état de son esprit", disait Léonard. Peindre l'âme plutôt que le physique est en effet la finalité ultime de son œuvre. Sa technique parfaite et cette innovation d'un portrait souriant se font d'excellents serviteurs de cette cause.

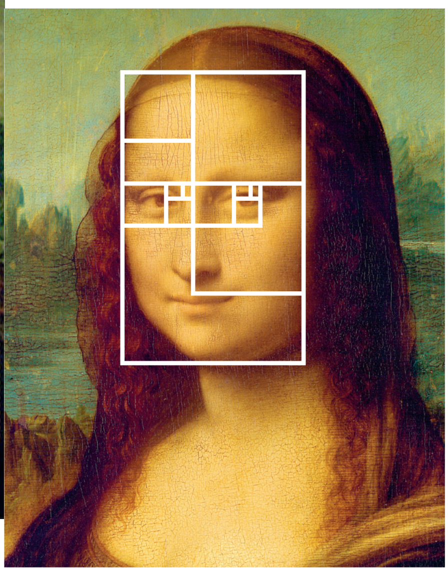
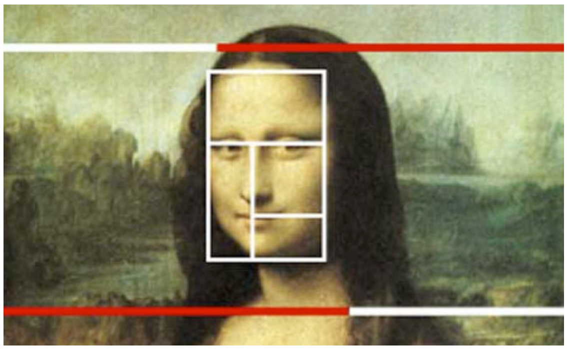
- <u>Le temps :</u> Léonard de Vinci était un grand admirateur d'Ovide et de ses *Métamorphoses*, pour qui - c'est un thème classique et courant -, la beauté est éphémère. Il y a de fameuses phrases d'Hélène chez Ovide à ce sujet : «Aujourd'hui, je suis belle mais que serai-je dans quelque temps ?».
  La Joconde c'est la grâce, la grâce d'un sourire. Or, le sourire est éphémère, ça ne dure qu'un instant. Et c'est ce sourire de la grâce qui fait l'union du chaos du paysage qui est derrière. Il s'agit donc d'une méditation sur une double temporalité, et nous sommes là au cœur du problème du portrait, puisque le portrait est inévitablement une méditation sur le temps qui passe.

Nous noterons finalement que ce portrait peut être vu comme un idéal de l'humanisme :
- le modèle, en l'occurrence une femme, est au centre du tableau ; le fond, aride et inhospitalier, est rendu encore plus discret par les couleurs froides utilisées ;
- son sourire et sa quiétude sont le signe de la confiance dans l'humanité de l'homme dégagée de terreurs antérieures
- le sourire et la simplicité du modèle (sans vêtements rutilants, sans bijoux...) replacent l'homme (la femme) au cœur d'une vie sans artifice ; ces éléments lui donnent une dimension quasi universelle dans laquelle on peut se reconnaître aujourd'hui encore ;

Mona Lisa vue par la géométrie
Ce tableau est réputé pour sa perfection. Beaucoup se sont alors interrogés sur cette beauté.
De nombreuses mesures ont fait apparaître le Nombre d'Or sur ce portrait, de plusieurs manières :

- Le visage de la Joconde entre dans un rectangle d'or et les proportions de ce visage sont elles aussi étrangement semblables à la proportion divine.
- La place du modèle et du visage, pas exactement au centre du cadre, semble partager celui ci verticalement suivant la proportion du nombre d'or
- On peut également remarquer que Mona Lisa s'inscrit dans une spirale d'or commençant aux mains, éclairées en bas et dont la course s'achève sur l' impression de sourire si célèbre de cette œuvre.



Léonard de Vinci avait-il en tête la proportion d'or quand il réalisa son œuvre maîtresse ? A-t-il modifié le visage de son modèle pour qu'il soit « mathématiquement parfait » ? Ses grandes connaissances en géométrie permettent d'en émettre l'hypothèse. En revanche, l'affirmer serait aventureux. Il serait moins risqué de se contenter de dire que le génie florentin accordait une grande importance à la relation entre l'esthétique et les mathématiques et recherchait la proportion parfaite.

Ouverture : Léonardo a-t-il peint son portrait en utilisant le nombre d'or à dessein ? A-t-il peint des proportions qu'il estimait belles et qui se sont avérées être celles du Nombre d'Or ? La beauté attribuée à ces proportions est-elle culturelle ? Vient-elle d'une habitude engendrée par l'observation de la Nature ?

<u>Une question récurrente est celle de l'existence ou non d'une réalité scientifique de l'idée de beauté associée au nombre d'or. Elle s'inscrit dans le cadre général d'une théorie scientifique de l'esthétique. Certains artistes en sont persuadés.</u>